

モード解析と統計的エネルギー解析

1. はじめに

以前のメルマガ（タイトル：振動の低減）で、モード解析の考え方に基づいた振動の低減についての考え方を述べた。図1の様に振動モードが周波数領域において密でなければ、剛性

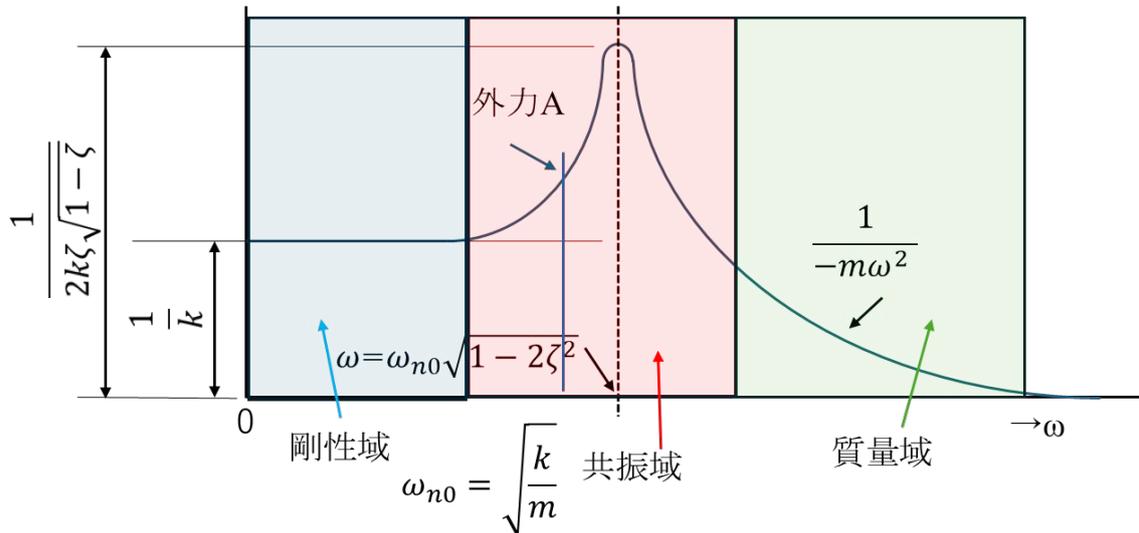


図1. 周波数帯域による振動対策の違い

域、共振域、質量域と分けて考える事が出来、振動の低減のための対策の方向性は容易に決定する事が出来る。

しかし、図2の様な場合について考えてみる。図2は、98台の同種の車両の、タイヤを加振

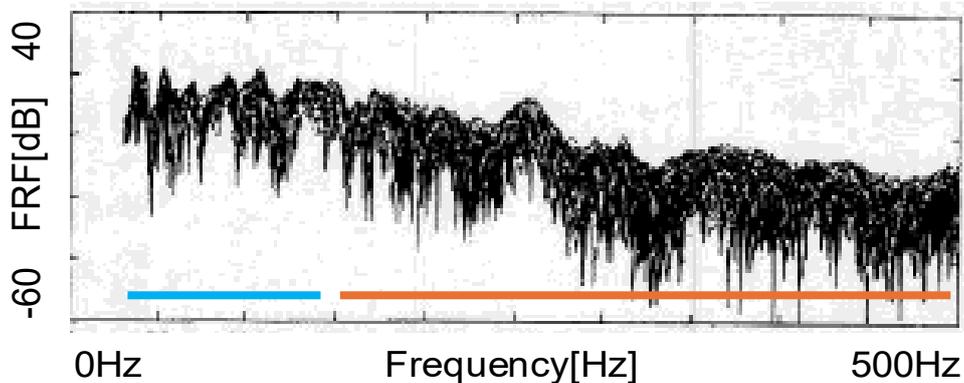


図2. 98台の同種車両の周波数応答関数計測結果

引用：R.J.Bernhard, Inter-noise 96, pp.2781(1996)

する力(N)を入力、運転者の耳位置の音圧(pa)を出力として表した伝達関数(dB)である。周波数軸に青で示している、低周波数帯域においては構造モード、あるいは音響モードが分離可能であり、それぞれのモードを形成している要因を推定出来れば、それぞれのモードに対して所望の変化を生じせしめ、運転者の耳位置の音圧を低減できる可能性はあると考えられる。しかし、周波数軸に赤で示している、高周波数帯域においては、モードの分離がほぼ不可能である様に見え、モードが密集している、或いは個体差が大きく、それぞれのモードに対する対策により、振動、騒

音を低減するのは不可能であると考えられる。

2. 統計的エネルギー解析 (Statistical Energy Analysis)

統計的エネルギー解析(Statistical Energy Analysis, 以下 SEA)は, 1 章に述べた高周波数帯域における問題に対処するための手法であり, 低周波数帯域では精度が低下する傾向がある. 何故ならば, SEA では有限要素法(Finite Element Analysis, 以下 FEA)とは異なり, 拘束条件を定義する事が出来ないからである. 言い方を変えると, 拘束条件が解析結果に影響を与える低周波数帯域においては, SEA を適用するべきではない, という事になる. 以下に SEA の手順を簡単に示す.

2・1 サブシステム分割

SEA では, 振動エネルギー(または音響エネルギー)が同レベルとなる領域が, 一つのサブシステムとして定義され, それが解析の最小単位となる. 振動エネルギーが同レベルという定義であるが, 厳密に同レベルという訳ではなく, エネルギーがほぼ同等と見做せる領域を, 一つのサブシステムと見なす, という事である. よって, SEA モデルのサブシステムの数, すなわち要素数は FEA より大幅に少なく, SEA モデルを計算する際の計算負荷は非常に小さいものとなる.

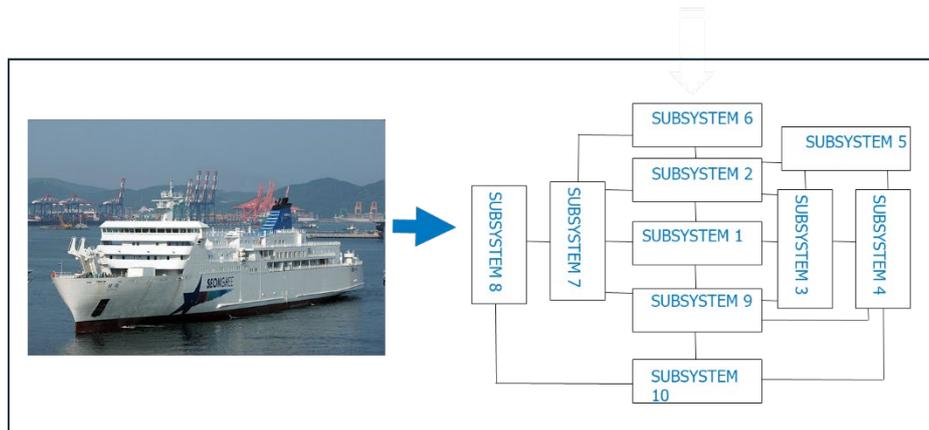


図 3. SEA におけるサブシステム・ネットワークの定義

図 3 はサブシステム分割, ネットワーク作成の概念を示したものである. 先述したように, 振動エネルギー, または音響エネルギーが同等と見なせる領域を一つのサブシステムとして定義し, サブシステム間に振動パワー, または音響パワーの伝達を定義する場合は, 伝達を定義する.

2・2 SEA モデル

結合を定義した, 2 要素の SEA モデルは, 図 4 のように定義される.

図 4 の関係より, (1), (2)のパワー平衡式を導く事が出来る.

$$P_1 = P_{d1} + (P_{12} - P_{21}) \quad (1)$$

$$P_2 = P_{d2} + (P_{21} - P_{12}) \quad (2)$$

但し, P_i :Subsystem i への入力パワー, P_{di} :Subsystem i 内で消費される散逸パワー, P_{ij} :Subsystem i から Subsystem j への伝達パワー.

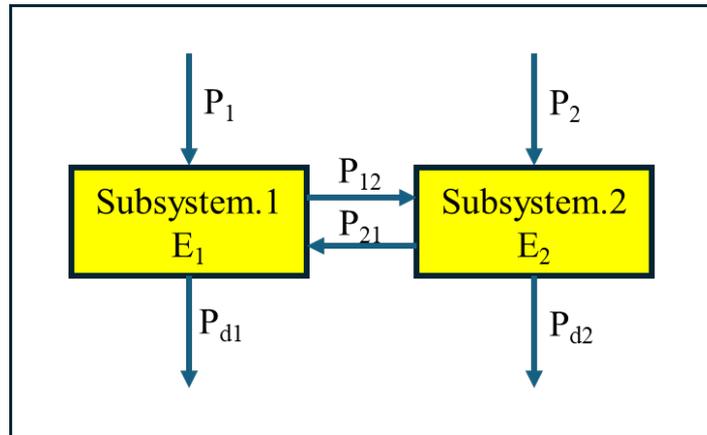


図4 結合が定義された2要素から成る SEA モデル

Subsystem. i の散逸パワーは, (3)式で定義される.

$$P_{di} = \omega \eta_i E_i \quad (3)$$

Subsystem. i から Subsystem. j への伝達パワーは, (4)式で定義される.

$$P_{ij} = \omega \eta_{ij} E_i \quad (4)$$

但し, ω :角周波数, η_i :内部損失率(Internal Loss Factor, ILF), E_i :Subsystem i のエネルギー, η_{ij} :Subsystem i から Subsystem j への結合損失率(Coupling Loss Factor, CLF).

(1)~(4)式より, (5)式を導く事が出来る.

$$\begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} = \omega \begin{bmatrix} \eta_1 + \eta_{12} & -\eta_{21} \\ -\eta_{12} & \eta_2 + \eta_{21} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

(5)式右辺にある, ILF と CLF から成る行列が, SEA モデルである.

2・3 SEA モデルの損失係数の求め方

解析対象が存在する場合は, パワー注入法により, ILF, CLF を求める事が出来る. 測定対象に対して, (5)式の様結合が定義されている2つのサブシステムの対に対して, 要素1にのみパワーを注入((6)式), 要素2にのみパワーを注入((7)式)し, (8)式の逆行列演算を行う事により, それぞれの ILF, CLF を求める事が出来る.

$$\begin{bmatrix} P_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \omega \begin{bmatrix} \eta_1 + \eta_{12} & -\eta_{21} \\ -\eta_{12} & \eta_2 + \eta_{21} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{11} \\ E_{21} \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ P_2 \end{bmatrix} = \omega \begin{bmatrix} \eta_1 + \eta_{12} & -\eta_{21} \\ -\eta_{12} & \eta_2 + \eta_{21} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{12} \\ E_{22} \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix} P_1 \\ 0 \\ 0 \\ P_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{11} & E_{11} & -E_{21} & 0 \\ 0 & E_{11} & -E_{21} & -E_{21} \\ -E_{12} & -E_{12} & E_{22} & 0 \\ 0 & -E_{12} & E_{22} & E_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_{12} \\ \eta_{21} \\ \eta_2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

2・4 SEA モデルを利用した振動低減法

SEA モデルを利用した振動騒音の低減法の例として、CLF, ILF の摂動によるターゲットパラメータの変化を利用した、摂動法がある。(山崎他, 2007)

3. モード解析と SEA の使い分け

Subsystem の振動モードが境界条件の影響を受けない周波数帯域であれば、SEA の適用が可能である。

4. まとめ

以上、簡単ではあるが、統計的エネルギー解析(SEA)の特徴を述べた。図2に示した高周波数帯域においては、振動モード、あるいは音響モードが密に分布しており、振動・騒音を低減する為に、個々のモードに対して対策する事が現実的に簡単ではない場合には、モード解析、有限要素法(FEA)等の厳密解を求める解析法ではなく、SEA の適用が現実的な場合がある。

SEA の適用条件として、振動モード、音響モードが密であり、対象のサブシステムの拘束条件が、モードに与える影響が無視できる場合に有効である。この条件は高周波数帯域において成立するが、その周波数は構造物によって異なる。船舶の様な大型構造物においては、10 Hz 以下においてこの条件が満たされる事が通常であり、自動車では約 1k Hz 程度、家電などではさらに高い周波数で条件が満たされ、一般的に周波数を特定する事は出来ない。

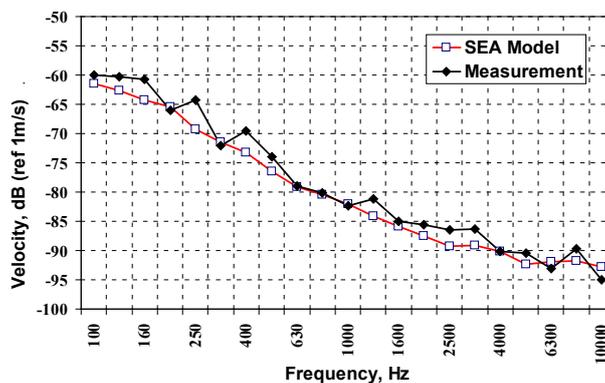


図5 自動車のドアの振動速度比較 SEA モデル vs 計測結果

図5は、作成したSEAモデルから予測した自動車のドアの振動速度と、計測データによる検証結果である。自動車のドアは一つのSEAサブシステムと見なされており、このデータはドアの振動速度の平均値である。また、周波数分解能は1/3オクターブバンドである。この様に、一定の領域に対する平均的な結果が、SEAの解析結果の特徴である。

文 献

山崎徹，黒田勝彦，森厚夫，SEA による機械製品の固体音低減プロセス，日本機械学会論文
集，2007 年 73 巻 726 号 p.446-452

アンケートにお答えいただけますでしょうか。よろしく願いいたします。

<https://forms.office.com/r/MPctedPDgA>