

振動を下げるという事について

1 はじめに

この文章は、振動対策初心者向けである事をご承知おきいただきたい。

振動対策の経験のないエンジニアが、振動を下げるための施策として考え得る代表的な項目として、

- ・質量を上げる
- ・ゴム材を使用して、減衰を発生させる

があると考え、この2個の項目に対しては、意図通り振動が低減される場合もあるが、意図に反して振動が大きくなる事もある。この現象については後ほど説明するが、振動の理論を知らずに安易に施策してしまうと、意に反する結果となり得ることを理解するべきであると考え。

2. 振動方程式から振動変位伝達関数(コンプライアンス)の導出

理解を簡単にするため、一自由度系の質量-ばね系の振動を考える。但し、減衰は、一般的な速度比例減衰とする。

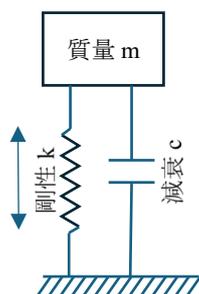


図1 一自由振動系

図1の様に、一つの質量が剛性と減衰によって支持されており、上下にのみ振動する(一自由度)系を考える。この場合の時間領域の運動方程式は、次式となる。

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = f(t) \quad (1)$$

この場合の自由振動は、外力を0とすることにより、

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = 0 \quad (2)$$

モード解析ではこれらをラプラス変換する事により、周波数領域で行う事となる。(1)式をラプラス変換すると、

$$(ms^2 + cs + k)X(s) = F(s) \quad (3)$$

この式の特性方程式は、

$$|ms^2 + cs + k| = 0 \quad (4)$$

外力に対する変位を表す伝達関数は、(3)式より

$$H(s) = \frac{X(s)}{F(s)}$$

$$= \frac{1}{ms^2 + cs + k} \quad (5)$$

周波数領域の表現は、s に $j\omega$ を代入する事により、

$$H(j\omega) = \frac{1}{-\omega^2 m + j\omega c + k} \quad (6)$$

この式は複素数表現であり、図示するためには複数の方法があるが、ここではボード線図(振幅+位相)を描図する事とする。

$$\begin{aligned} \text{変位振幅 } |H(j\omega)| &= \frac{1}{\sqrt{(\omega^2 m + k)^2 + (\omega c)^2}} \\ &= \frac{1}{k} \cdot \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_{n0}^2}\right)^2 + \frac{4\zeta^2 \omega^2}{\omega_{n0}^2}}} \\ \text{位相 } \angle H(j\omega) &= \tan^{-1} \frac{\omega c}{-\omega^2 m + k} \\ &= \tan^{-1} \frac{2\zeta \omega_{n0} \omega}{\omega_{n0}^2 - \omega^2} \\ \therefore \zeta &= \frac{c}{c_c} = \frac{c}{2\sqrt{mk}} \end{aligned} \quad (7)$$

ζ :減衰比, c_c :臨界減衰係数, ω_{n0} :無減衰共振周波数, ω :角周波数
上式より描図したボード線図を、図2に示す。

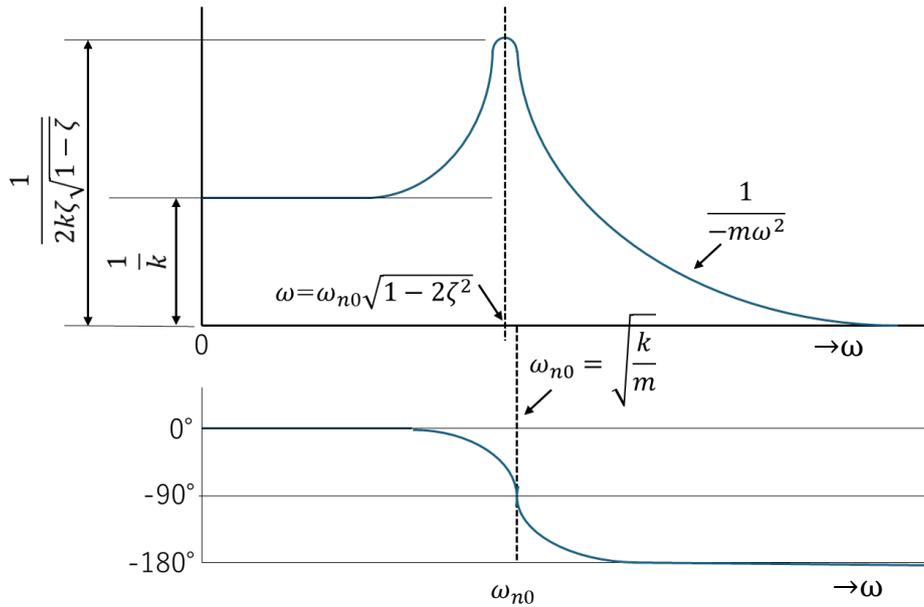


図2 振動変位伝達関数(コンプライアンス)

3 振動低減の考え方

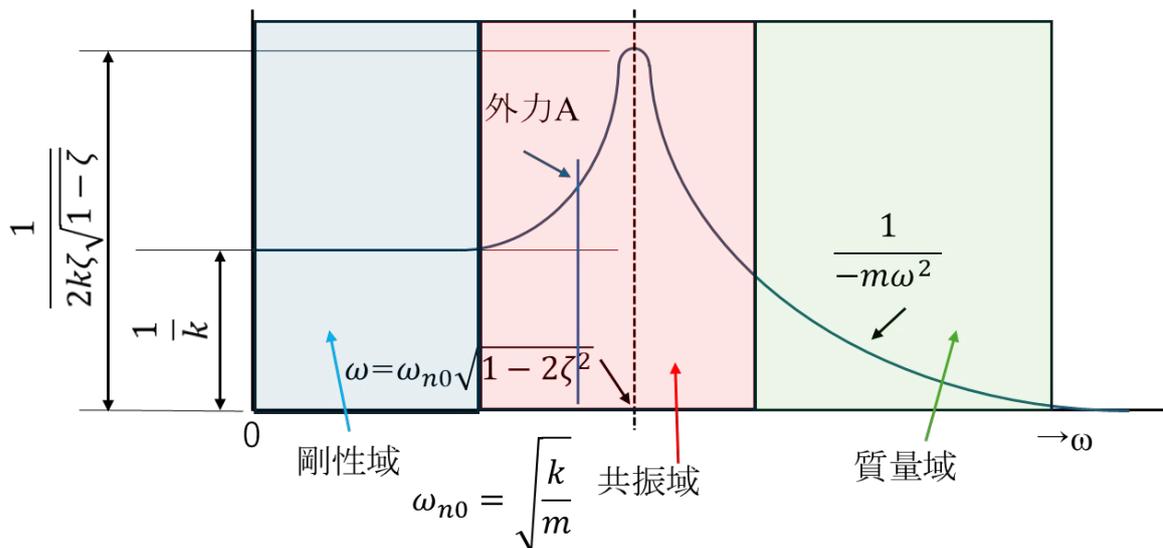


図3 周波数帯域による振動対策の違い

3-1 周波数帯域ごとのコンプライアンス低減指針

図3に、モード解析の結果から考える、振動対策についての簡易な考え方を示す。一つの振動モードが存在するとして、共振周波数より低周波数の領域を剛性域、共振周波数付近を共振域、共振周波数より高周波数の領域を、質量域と呼ぶこととする。

外力の周波数が剛性域に存在する場合には、コンプライアンスは $1/k$ で表す事が出来、剛性 k を上げることで低減する事が出来る。共振域においては、剛性 k と減衰 ζ を上げる事で、コンプライアンスを低減出来る。そして、質量域においては、質量を大きくすることにより、コンプライアンスを低減する事が出来る。

3-2 意図に反するコンプライアンスの変化

共振周波数より僅かに低い周波数に外力(図3中外力A)が存在する場合、単純に質量だけを大きくすると、共振周波数は $\sqrt{k/m}$ に比例するため、共振峰が低周波数帯域に移動し、コンプライアンスが大きくなる事となる。

外力が剛性域または質量域に存在する場合、剛性域のコンプライアンスは $1/k$ 、質量域のコンプライアンスは $1/(-m\omega^2)$ で表され、減衰比 ζ は関与できない。よってこれらの場合、コンプライアンスは減衰比 ζ を大きくしても変化しない事となる。共振域においては、コンプライアンスは $1/(2k\zeta\sqrt{1-\zeta^2})$ で表されるため、減衰比 ζ を大きくすることにより、コンプライアンスを低減する事ができる。

4 まとめ

モード解析の結果から、振動の変位を低減する基本的な考え方を述べた。ここで例に挙げた振動系は、一自由度で一つのモードが存在する場合である。実際の構造物は多自由度で多数のモードが存在する。それに対しては、いわゆるモード解析のソフトウェア、更には最適化のアルゴリズムの適用により、解決策を導出する事が可能である。しかし、近年濫発されている CAE ソフトウェアを技術的な背景を知る事なく使用し、それらの結果を妄信する事が普通になっている昨今、基本的な知識を知っておくことの重要さは強調しておくべきと考える。